

## 100 zadań na 100-lecie odzyskania przez Polskę niepodległości

### Zadania konkursowe - etap VIII - 22 stycznia 2019

Zadanie 1. Wyznacz wszystkie pary  $(x, y)$  liczb całkowitych, które spełniają równanie  $(x^2 + 2003)(y^2 + 2003) = 2003(x + y)^2$ .

Zadanie 2. Wyznacz wszystkie liczby całkowite  $n$ , dla których liczba  $\frac{n^2+2}{n+2}$  jest liczbą naturalną.

Zadanie 3. Funkcja  $f$ , określona dla wszystkich liczb rzeczywistych, spełnia warunki:  $f(0) = 2016$  oraz  $f(x+2) = \frac{f(x)}{5f(x)-1}$  dla każdej liczby rzeczywistej  $x$ . Wyznacz  $f(2016)$ .

Zadanie 4. Znajdź wszystkie liczby naturalne  $n$ , dla których  $\left[\frac{n^2}{5}\right]$  jest liczbą pierwszą.

Zadanie 5. W okręgu o promieniu 1 wpisano taki czworokąt  $ABCD$ , że  $AD$  jest średnicą tego okręgu. Oblicz  $AB^2 + BC^2 + CD^2 + AB \cdot BC \cdot CD$ .

Zadanie 6. Wyznacz liczbę czwórek  $(a, b, c, d)$  dodatnich liczb całkowitych spełniających równanie  $ab + bc + cd + da = 2018 + a + b + c + d$ .

Zadanie 7. Znajdź wszystkie liczby pierwsze  $p$ , dla których liczba  $p^{p+1} + 2$  też jest liczbą pierwszą.

Zadanie 8. Oblicz największy wspólny dzielnik liczb  $12345678^9$  oraz  $10^{2010}$

Zadanie 9. Rozwiąż równanie  $2x^3 + x^2 + x + \frac{1}{3} = 0$ .

Zadanie 10. Wysokości trójkąta mają długości  $h_a = 156$ ,  $h_b = 65$ ,  $h_c = 60$ . Oblicz pole tego trójkąta.

**Rozwiązania należy wysłać do 26 stycznia do godziny 24:00 na adres [konkurs@awera.pl](mailto:konkurs@awera.pl)**

*Powodzenia ;)*

