

100 zadań na 100-lecie odzyskania przez Polskę niepodległości

Zadania konkursowe - etap IX - 29 stycznia 2019

Zadanie 1. Wyznacz najmniejszą liczbę naturalną, której suma cyfr w rozwinięciu dziesiętnym jest równa 1918. Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 2. Oblicz $2019^2 - 2018^2 + 2017^2 - 2016^2 + \dots + 3^2 - 2^2 + 1^2$.

Zadanie 3. Z okazji 100-lecia odzyskania niepodległości, mennica wyemitowała okolicznościową monetę w nakładzie 2018 szt. Trafiły one do dokładnie 4 sklepów kolekcjonerskich, przy czym żaden ze sklepów nie posiada takiej samej liczby monet oraz jeśli jeden ze sklepów ma więcej monet od drugiego, to liczba monet sklepu z większą ilością monet jest podzielna przez liczbę monet drugiego. Ile co najmniej monet musiał otrzymać sklep, do którego trafiło najwięcej okolicznościowych monet?

Zadanie 4. Wiedząc, że $a + b + c = a^2 + b^2 + c^2 = a^3 + b^3 + c^3 = 1$, oblicz abc .

Zadanie 5. Znajdź wszystkie takie liczby pierwsze k , dla których $2^k + k^2$ jest liczbą pierwszą.

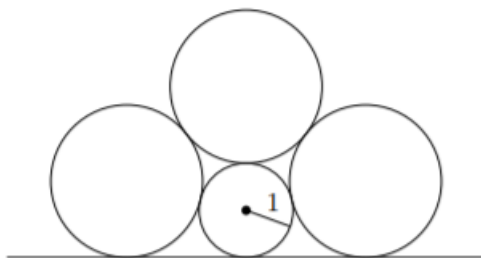
Zadanie 6. Dany jest trapez równoramienny $ABCD$ ($AB \parallel CD$) opisany na okręgu. Wiadomo, że $\frac{AB}{CD} = 3$. Punkty M i N są punktami styczności okręgu odpowiednio z bokami AB i AD . Odcinek MN przecina przekątną AC trapezu w punkcie P . Oblicz stosunek $\frac{PM}{PN}$.

Zadanie 7. Dany jest wielomian $W(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx$ o współczynnikach rzeczywistych, taki że $W(1) = 1$, $W(2) = 2$, $W(3) = 3$, $W(4) = 4$. Oblicz $W(5)$.

Zadanie 8. Znajdź wszystkie pary liczb całkowitych dodatnich m, n , takie że zachodzi równość $2 \cdot 3^m = 7n + 2$.

Zadanie 9. Dany jest prostopadłościan $ABCD A' B' C' D'$. Przekątna $A' C$ tworzy z krawędziami CC' , CD i CB , odpowiednio, kąty α , β , γ . Oblicz $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma$.

Zadanie 10. Dane są 3 okręgi o promieniu R styczne do okręgu o promieniu 1 (zob. rys.). Wyznacz R , wiedząc że prosta jest styczna do małego okręgu i dwóch z trzech przystających okręgów.



Rozwiązania należy wysłać do 2 lutego do godziny 24:00 na adres konkurs@awera.pl
Powodzenia ;)