

100 zadań na 100-lecie odzyskania przez Polskę niepodległości

Zadania konkursowe - etap V - 18 grudnia 2018

Zadanie 1. Dany jest trójkąt ABC , w którym poprowadzono środkową CK . Następnie poprowadzono prostą z wierzchołka A , która przecięła bok BC w punkcie L . Wyznacz stosunek $|BL| : |BC|$, wiedząc, że prosta AL przecięła środkową CK w punkcie P tak, że $|CP| : |PK| = 7 : 2$.

Zadanie 2. Oblicz $\sqrt{42 + \sqrt{42 + \sqrt{42 + \dots}}}$.

Zadanie 3. Rozwiąż równanie $(x + 2015)(x + 2017)(x + 2019)(x + 2021) + 16 = 0$.

Zadanie 4. Wyznacz najmniejszą dodatnią liczbę całkowitą n , dla której liczba $1918n + 1919n + 1920n + \dots + 2018n$ jest kwadratem liczby całkowitej.

Zadanie 5. Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$. Znajdź długość odcinka BD , wiedząc, że $|AB| = |BC| = 4$, $|\angle ABC| = 100^\circ$, $|\angle CDA| = 130^\circ$.

Zadanie 6. Niech x, y, z będą liczbami naturalnymi dodatnimi. Znajdź wszystkie rozwiązania równania $2^x + 2^y = 6^z$.

Zadanie 7. Niech m i k będą liczbami naturalnymi. Ile jest równań, z niewiadomą x , postaci $x^2 - mx + k = 0$, których pierwiastki są mniejsze od 8?

Zadanie 8. Oblicz $\sum_{i=1}^{1918} \frac{4k}{4k^2+1}$.

Zadanie 9. Rozwiąż równanie $\sin 2x + 2 = (1 + \cos 2x)(\sin x + \cos x)$.

Zadanie 10. Wyznacz wszystkie funkcje $f : R \rightarrow R$, które dla każdej liczby rzeczywistej x spełniają równanie $xf(x) + f(1-x) = 2$.

Rozwiązania należy wysłać do 22 grudnia do godziny 24:00 na adres konkurs@awera.pl

Powodzenia ;)

