

100 zadań na 100-lecie odzyskania przez Polskę niepodległości

Zadania konkursowe - etap II - 27 listopada 2018

Zadanie 1. W klasie liczącej 30 osób 15 osób uczy się języka włoskiego, 17 uczniów uczy się hiszpańskiego i 10 uczniów uczy się języka portugalskiego. Wśród nich 8 uczniów uczy się jednocześnie włoskiego i hiszpańskiego, 7 uczniów uczy się jednocześnie włoskiego i portugalskiego oraz 6 uczniów uczy się jednocześnie hiszpańskiego i portugalskiego. Wreszcie 4 uczniów nie uczy się żadnego z tych trzech języków. Ilu uczniów uczy się wszystkich języków?

Zadanie 2. Dany jest trójkąt równoboczny ABC o boku długości 2. Punkty A , B i C są środkami okręgów o promieniu 2. Oblicz promień okręgu zawartego wewnątrz tych trzech okręgów oraz stycznego wewnętrznemu do każdego z nich.

Zadanie 3. Wewnątrz kwadratu $ABCD$ wybrano taki punkt P , że $|\angle PCD| = |\angle PDC| = 15^\circ$. Oblicz miarę kąta APD .

Zadanie 4. Rozwiąż w liczbach całkowitych równanie $6xy = 2x + 9y + 14$.

Zadanie 5. Ile jest liczb dwunastocyfrowych, w których zapisie każda cyfra występuje dokładnie jeden raz?

Zadanie 6. Liczby występujące w równości $13^2 = 202$ zapisane są w systemie innym niż dziesiętny. W jakim?

Zadanie 7. Wyznacz najmniejszą liczbę 4-cyfrową, która przy dzieleniu przez 7 daje resztę 6, a przy dzieleniu przez 6 daje resztę 5.

Zadanie 8. Oblicz $\frac{1 - \sin^4 x - \cos^4 x}{1 - \sin^6 x - \cos^6 x}$.

Zadanie 9. Wyznacz resztę z dzielenia 2^{1918} przez 123.

Zadanie 10. Zapisz w najprostszej postaci sumę:

$$n \cdot 2^0 + (n-1) \cdot 2^1 + (n-2) \cdot 2^2 + (n-3) \cdot 2^3 + \dots + 2 \cdot 2^{n-2} + 1 \cdot 2^{n-1}$$

Rozwiązania należy wysłać do 1 grudnia do godziny 24:00 na adres konkurs@awera.pl

Powodzenia ;)

